**SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto formado por una o más ecuaciones de primer grado.







; Amxn matriz de coeficientes

X= ; matriz de los términos independientes

*Un sistema de ecuaciones lineales puede expresarse en forma matricial*, de la siguiente manera:

*A . X = B*

La matriz ampliada del sistema es



M=

*¿Cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales?*

*Por ejemplo*, se puede aplicar el *método de Gauss o el de Gauss- Jordan*,

**El método de Gauss consiste en transformar un sistema de ecuaciones en un sistema equivalente escalonado, que es más simple de resolver.**

Ejemplo



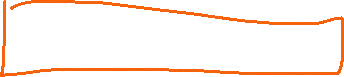
Operaciones elementales de fila → sistema de ecuaciones equivalentes



* Multiplicar una fila por un escalar no nulo



* Intercambiar de posición dos filas.



* Sumar a una fila un múltiplo de otra.

*¿Qué significa resolver un sistema de ecuaciones? Hallar la intersección*

a) 



TRF SCD

la matriz esta escalonada y triangulada

Se ha aplicado el método de Gauss y a partir de aquí, resolviendo el sistema equivalente se obtiene la solución,

Debemos despejar las incógnitas o variables resolviendo “de abajo hacia arriba”. Entonces

z= -2



y+6z= -2 ⇒ y+6.(-2)=-2 ⇒ y-12= -2 ⇒ y= 10



x+2y-z= -1 x+2.10-(-2)= -1 x+22= -1 x= -23



y escribimos el conjunto solución

scd





Resolviendo las ecuaciones de abajo hacia arriba

y+6z= -2 despejando y



y= -2-6z

x+2y-z= -1

x+2(-2-6z)-z=-1 ⇒ x-4-12z-z=-1 ⇒ x=3+13z

sci



RG A=2 RG M=3



TRF SI

0.z= -2 esto es absurdo porque no existe ningún número real que multiplicado por 0 de como resultado -2.

Por lo tanto, la solución es el conjunto vacío

.

SI



F2-F1—F2

F4-F1—F4

rgA=3 RG M=3 N=4 TRF SCI



-2z=3 z= -3/2

-2y-2t=-1 y=(-1+2t)/(-2) y=1/2-t

X+y+z+t=1

X+1/2-t-3/2+t=1 x-1=1 x=2

S={(x,y,z,t)=(2, ½-t, -3/2, t)}

f2-6f3 f1+f3

F1-2f2

Para tener en cuenta:

Para hacer cada uno de los ceros hay que hacer operaciones usando dos filas:  
- La fila donde se encuentra el pivote y  
- La fila donde queremos que “aparezca” un cero.

Para seguir un cierto orden podemos:  
- 1) hacer los ceros debajo del pivote de la 1ª columna  
- 2) hacer los ceros debajo del pivote de la 2ª columna, y así sucesivamente hasta que la matriz ampliada quede escalonada y triangulada.

**Rango de una matriz**

* El rango de una matriz es el número de filas (o columnas) no nulas. El rango de una matriz A se representa como rg(A).
* El rango es un número natural comprendido entre 0 y el mínimo entre nº columnas y nº filas.
* El rango fila es igual al rango columna.

Si A es una matriz de orden mxn, entonces:

- Si A es una matriz de orden 2x3, su rango será como máximo 2  
- Si B es una matriz de orden 5x3, su rango será como máximo….

**Ejemplos:**  
Consideremos las matrices:

rg(A)=…1… \qquad

\qquad rg(B)=1…. f2+2f1

Para saber cuál es el rango de una matriz se debe aplicar, primeramente, el método de Gauss.

\qquad rg(C)=…

F2-4f1

rg(C)=3

### Teorema de Rouché-Frobenius

El teorema de Rouché-Frobenius, nos permite clasificar un sistema analizando el rango de la matriz de los coeficientes (A) y el de la matriz ampliada (M)

- rg(A)= rg(M)=n número incógnitas \longrightarrow \:\:  SCD  
- rg(A)= rg(M) número incógnitas  \longrightarrow \:\: SCI  
- rg(A)rg(M) → *SI*